



ĆWICZENIE	LABORATORIUM FIZYKI ATOMOWEJ I JĄDROWEJ
12	Dyfrakcja elektronów na polikrystalach grafitu

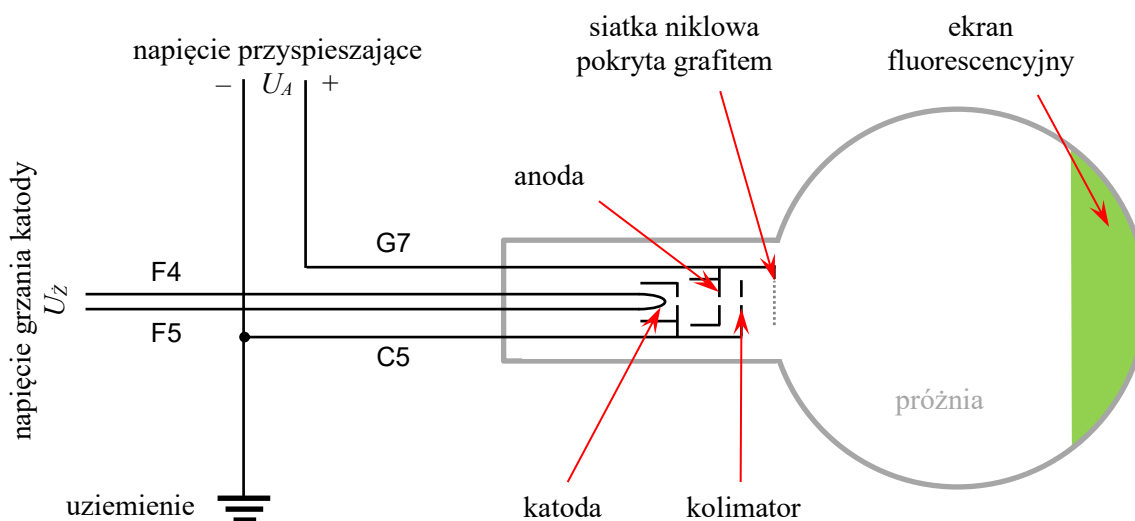
1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest zweryfikowanie hipotezy, czy elektrony wykazują właściwości falowe oraz wykorzystanie ich do pomiaru odległości między atomami w polikrystalach grafitu.

2. Układ doświadczalny

W skład zestawu doświadczalnego wchodzi:

- lampa elektronowa z polikrystalem grafitu zamocowanym na drodze wiązki elektronów,
- zasilacz wysokiego napięcia U_A do przyspieszania elektronów (od 2,5 kV do 4,5 kV),
- zasilacz niskiego napięcia U_Z do rozgrzania katody (6,3 V),
- przyrządy do pomiaru rozmiarów z dokładnością do 1 mm.



Rys. 1. Schemat połączenia zasilania do lampy elektronowej.

3. Wstęp teoretyczny

1. Fale i ich interferencja

Ruch falowy to rozchodzenie się (w czasie lub przestrzeni) powtarzającej się (rytmicznej, pulsującej, periodycznej) zmiany pewnej wielkości. Tą wielkością może być np. odchylenie poziomu wody w danym punkcie od pewnej powierzchni – tak rozchodzą się fale na powierzchni wody. Może to być także natężenie pola elektrycznego i magnetycznego, które rozchodząc się wspólnie w przestrzeni tworzą *falę elektromagnetyczną*. Maksymalna wartość tego odchylenia to *amplituda fali*, natomiast *faza* opisuje zmiany tego odchylenia w czasie lub przestrzeni.

Fale można opisać przy pomocy kilku parametrów. *Długość fali* (zwykle oznaczana literą λ) to najmniejsza odległość punktów o jednakowej fazie, czyli mających tę samą wartość i podlegających takim samym zmianom. *Czoło fali* (lub inaczej *front falowy*) to powierzchnia łącząca punkty

o jednakowej fazie, a *kierunek rozchodzenia się* fali wyznacza linia prosta prostopadła (a właściwie: normalna) do powierzchni czoła fali. *Okres zmienności* fali (oznaczany zwykle literą T) to czas, po którym następuje powrót do tej samej fazy, zaś *częstotliwość* fali (oznaczana czasem literą f) to jego odwrotność:

$$T = \frac{1}{f} \quad (1)$$

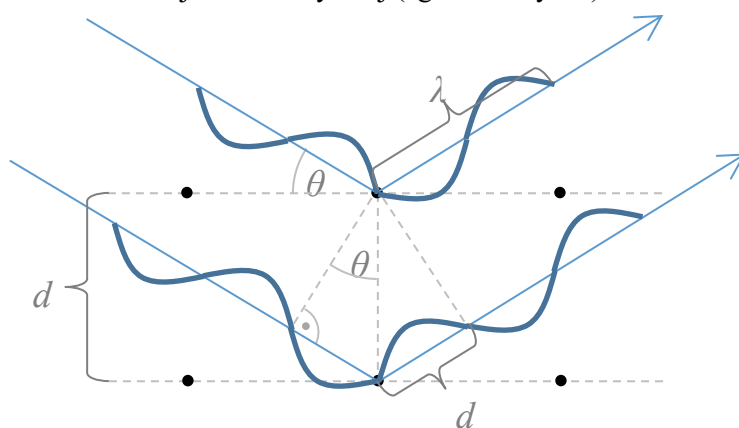
Jeśli znana jest prędkość fali (a w przypadku fal elektromagnetycznych w próżni jest to prędkość światła $c = 3 \cdot 10^8$ m/s), to łatwo obliczyć, że jeśli długość fali wynosi:

$$\lambda = c \cdot T = \frac{c}{f} \quad (2)$$

Gdy w jakimś miejscu spotkają się dwie lub więcej fal, zachodzi ich *interferencja*, polegająca na nakładaniu się na siebie ich amplitud. W efekcie wypadkowa amplituda jest sumą amplitud wszystkich interferujących fal, co może prowadzić do powstania nowego czoła fali o innym kształcie. Dość wygodnie opisuje to tzw. *zasada Huygensa* (czyt.: „*hojchensa*”), którą sformułował w 1678 r. holenderski uczony Christiaan Huygens. Zasada ta mówi, że każdy punkt ośrodka, do którego dotarło czoło fali, można uważać za źródło nowej fali kulistej. Pozwala ona wyjaśnić wiele zjawisk falowych (takich jak odbicie fali na granicy dwóch ośrodków, załamanie fali przy przejściu do ośrodka o innej prędkości rozchodzenia się fal czy ugięcie fal na przeszkodzie), ale nie określa wprost amplitudy fali. Pozwala natomiast określić kierunek rozchodzenia się fal.

2. Odbicie Bragga

W roku 1913 William Henry i William Lawrence Braggowie (ojciec i syn) zauważyli, że w kryształach można wyróżnić rozmaite płaszczyzny atomowe, różniące się gęstością obsadzenia na nich atomów, a także odległościami pomiędzy identycznymi płaszczyznami. Przepuszczając przez taki kryształ fale o odpowiedniej długości można zauważyć, że fale kuliste powstałe na elementach takiej płaszczyzny (zgodnie z zasadą Huygensa) nakładają się na siebie i tylko niektóre z nich wzmacniają się (*interferują konstruktywnie*). Oznacza to, że powstałe z ich złożenia wypadkowe fale rozchodzą się tylko w niektórych kierunkach. Jeśli fala padająca jest falą płaską, to fala odbita będzie również falą płaską, a kąt θ , pod jakim fala pada i odbija się od płaszczyzny atomowej można obliczyć zapisując odpowiednio warunek interferencji konstruktywnej (zgodnie z rys. 2):



Rys. 2. Odbicie fali o długości λ od płaszczyzn atomowych odległych o d .

$$n\lambda = 2d\sin\theta \quad (3)$$

gdzie λ to długość fali, d to odległość pomiędzy płaszczyznami atomowymi, zaś n to liczba naturalna oznaczająca tzw. *rzęd ugięcia*.

Falami przepuszczanymi przez kryształy mogą być fale elektromagnetyczne (a dokładniej promieniowanie rentgenowskie, które ma odpowiednią długość fali), ale nie jest to jedyna możliwość.

3. Fale materii

W 1900 r. Max Planck skutecznie wyjaśnił zjawisko tzw. *promieniowania ciała doskonale czarnego* zakładając, że światło (uznawane dotąd za falę elektromagnetyczną) można opisać jako strumień cząstek nie posiadających masy zwanych *fotonami*. Założenie to również okazało się skuteczne do wyjaśnienia w 1905 r. efektu fotoelektrycznego przez Alberta Einsteina. Opis ten rozwinął w 1924 r. Louis de Broglie (czyt. „*de broj*”) wyprowadzając wzór, który łączył pęd fotonu p z długością fali λ :

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad (4)$$

gdzie h to stała Plancka wynosząca $6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} = 4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$. Ponadto de Broglie rozszerzył założenie Maxa Plancka na inne cząstki, także te posiadające masę, którym można przypisać właściwości falowe i obliczyć długość tzw. *fali materii* (zwanych też *falami de Broglie'a*).

Zgodnie z powyższym możliwe jest zatem wyznaczenie długości fali np. elektronów rozpędzonych w lampie elektronowej do pewnej energii kinetycznej E_{kin} , których pęd można obliczyć na podstawie wzoru:

$$E_{kin} = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m} \quad (5)$$

gdzie m oznacza masę spoczynkową elektronu równą około $9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, a v to jego prędkość. Warto zauważyć, że jest to wzór klasyczny, którego zastosowanie jest możliwe jedynie dla małych prędkości elektronów. Dla prędkości porównywalnych z prędkością światła w próżni należy używać wzorów z mechaniki relatywistycznej. W układzie pomiarowym używanym w ćwiczeniu prędkości elektronów nie przekraczają kilkunastu procent prędkości światła, a różnica pomiędzy wynikami uzyskanymi przy pomocy wzorów klasycznych i relatywistycznych jest rzędu 0,1%, czyli pomijalnie mała.

W lampach elektronowych do przyspieszania elektronów służy napięcie U_A przykładane pomiędzy katodą a anodą lampy. Znając to napięcie można łatwo obliczyć energię kinetyczną przyspieszonych elektronów:

$$E_{kin} = e \cdot U_A \quad (6)$$

gdzie e to ładunek elektronu równy około $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

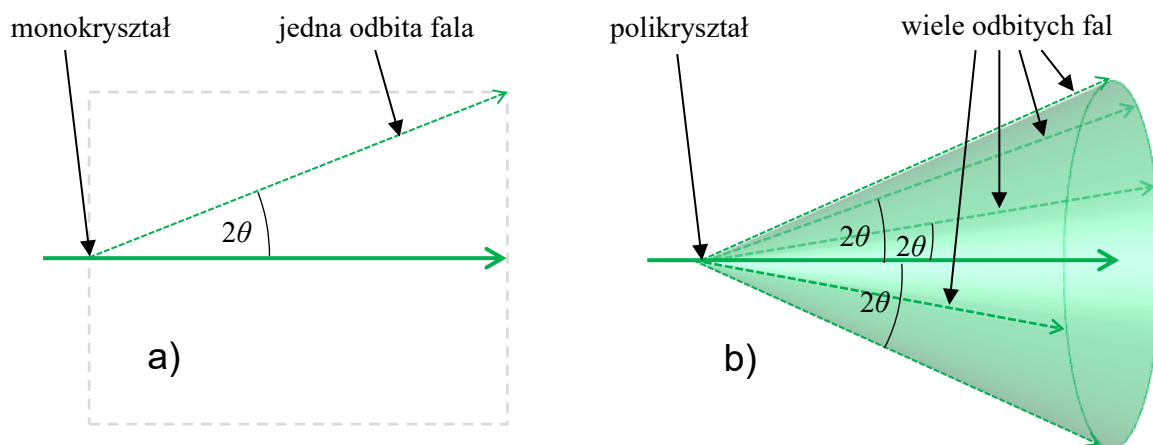
Po połączeniu wzorów (4), (5) i (6) można wyprowadzić wzór na zależność długości fali elektronów λ od napięcia przyspieszającego U_A :

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU_A}} \quad (7)$$

5. Obraz dyfrakcji elektronów na polikryształie grafitu

Jeśli spójna monochromatyczna wiązka falowa pada na monokryształ ustawiony pod kątem ustawiony pod kątem θ , to odbita część fal wyleci z kryształu ugięta względem pierwotnej wiązki pod kątem 2θ . Ugięcie nastąpi tylko w jednej płaszczyźnie, wyznaczonej przez ustawienie monokryształu. Na rysunku 3a tą płaszczyzną jest płaszczyzna kartki.

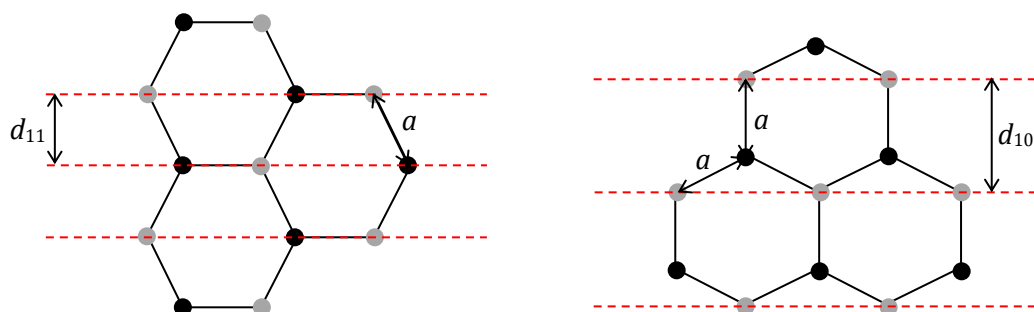
Polikryształy składają się z wielu małych monokryształów ustawionych losowo pod różnymi kątami. Można spodziewać się zatem, że wiele z nich nie odbije fali, ponieważ kąt padania będzie nieodpowiedni. Z kolei te, które będą odbijały falę, będą odbijały ją pod kątem 2θ , ale w wielu różnych płaszczyznach. Oznacza, że odbite fale będą rozchodziły się w postaci stożka, którego osią jest kierunek lotu pierwotnej wiązki. Sytuację tę ilustruje rys. 3b.



Rys. 3. Rozproszenie fali monochromatycznej na a) monokryształe, b) polikryształe.

W pojedynczym monokryształe grafitu odbicie może nastąpić od płaszczyzn zdefiniowanych na dwa różne sposoby, w zależności od jego orientacji względem padającej fali (patrz rys. 4). Znając odległość a pomiędzy pojedynczymi atomami węgla tworzącymi jedną warstwę grafitu na podstawie prostych zależności geometrycznych można obliczyć odległości pomiędzy płaszczyznami dla obu tych orientacji:

$$\begin{aligned} d_{10} &= a + \frac{1}{2}a = \frac{3}{2}a \\ d_{11} &= \frac{\sqrt{3}}{2}a \end{aligned} \quad (8)$$



Rys. 4. Płaszczyzny atomowe w kryształ grafitu

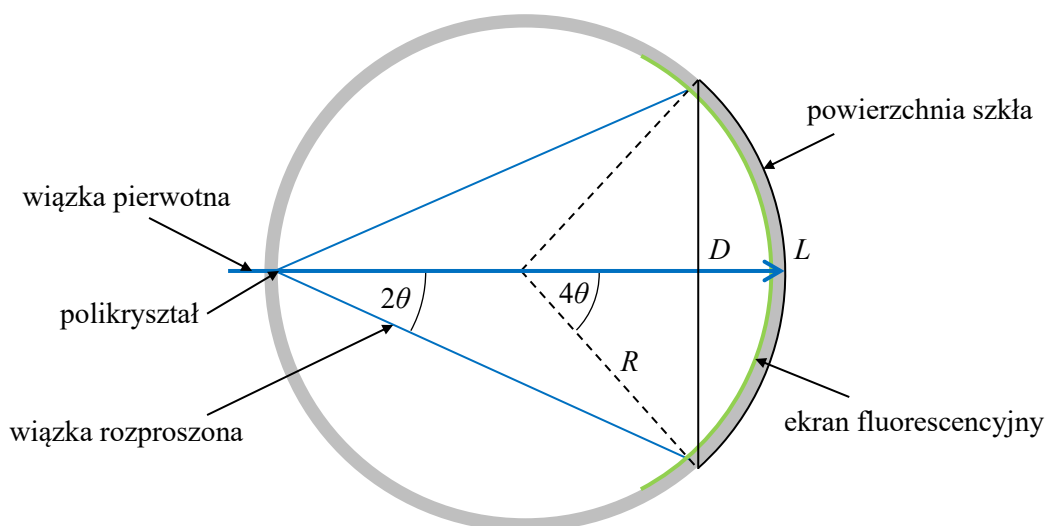
Lampa elektronowa używana w ćwiczeniu ma kształt kuli. Na powierzchni tej kuli z jednej strony znajduje się polikryształ grafitu, a z drugiej ekran fluorescencyjny. Wiązka elektronów wpuszczana w kierunku środka kuli zostaje rozproszona pod dwoma kątami symetrycznie wokół osi wyznaczonej przez kryształ i środek ekranu. Rozproszone elektrony padając na ekran powodują powstawanie obrazu składającego się z dwóch pierścieni (odpowiednio po jednym dla każdej odległości d). Dla każdego z tych okręgów kąt rozproszenia wiązki 2θ jest kątem wpisanym w okrąg będący przekrojem bańki (rys. 5), któremu odpowiada kąt środkowy 4θ . Znając promień bańki R można zatem obliczyć średnicę D każdego z tych pierścieni stosując proste zależności trygonometryczne:

$$\frac{1}{2}D = R \cdot \sin(4\theta) \quad (9)$$

lub z definicji kąta środkowego obliczyć długość łuku L , jaki dany pierścień wyznacza na powierzchni kuli:

$$\frac{1}{2}L = R \cdot 4\theta \quad (10)$$

gdzie kąt θ jest wyrażony w radianach. Uwaga: wprawdzie elektrony nie dolatują do powierzchni szkła, z którego zrobiona jest bańka lampy, a pomiaru można dokonać tylko na jej powierzchni, ale światło ekranu dochodzi do powierzchni szkła równoległe do promienia bańki. Z tego powodu dla danego kąta środkowego 4θ w powyższych wzorach wystarczy jako R podstawić zewnętrzny promień bańki, by uzyskać wartości D i L na powierzchni szkła.



Rys. 5. Przekrój przez bańkę lampy elektronowej

4. Hipoteza

Jeśli opisane wyżej założenia dotyczące istnienia fal materii, rozproszenia fal w polikryształach oraz geometrii układu pomiarowego są prawdziwe, to mierząc napięcie przyspieszające elektrony U_A , promień bańki R oraz średnicę D lub długość łuku L można odliczyć odległości pomiędzy płaszczyznami atomowymi w graficie d_{10} i d_{11} , a później także odległość pomiędzy poszczególnymi atomami węgla a .

4. Przebieg doświadczenia

- A) Sprawdzić połączenie elementów układu pomiarowego zgodnie z dołączonym opisem.
- B) Uruchomić zasilanie układu pomiarowego.
- C) Ustawić napięcie przyspieszające U_A na wartość z przewidzianego zakresu pracy.
- D) Na ekranie powinny być widoczne pierścienie położone symetrycznie wokół jasnego punktu wyznaczonego przez pierwotną wiązkę elektronów. Przy pomocy dostępnych przyrządów zmierzyć średnicę D lub długość łuku L każdego z pierścieni. Wyniki zapisać wraz z wartością napięcia U_A .

Uwaga: obraz pierścieni może być nieczytelny ze względu na mały kontrast i brak ostrości. Z tego względu zaleca się kilkukrotny pomiar średnicy D i długości łuku L , za każdym razem pod innym kątem względem pionu, a za ostateczną wartość przyjęcie średniej z tych kilku pomiarów.

- E) Pomiary powtórzyć dla kilku różnych wartości U_A , za każdym razem zapisując wyniki.
- F) Po zakończeniu pomiarów zredukować napięcie U_A do zera i wyłączyć układ pomiarowy.

G) Przy pomocy dostępnych przyrządów mierniczych zmierzyć promień bańki lampy elektronowej R .

Uwaga: wygodnie jest w tym celu najpierw zmierzyć obwód bańki i obliczyć promień ze wzoru na obwód koła.

H) Dla każdej wartości napięcia U_A na podstawie wzoru (7) obliczyć odpowiadającą mu długość fali λ .

I) Dla każdej wartości D lub L na podstawie wzorów (9) lub (10) obliczyć odpowiadający im kąt θ .

J) Porównując długości fali λ z odpowiadającymi im wartościami kątami θ na podstawie równania (3) obliczyć wartości d (przy założeniu, że rząd ugięcia $n = 1$). Które z tych wartości to d_{11} , a które to d_{10} ? Czy możliwe jest, że dla obu pierścieni jest to jedna i ta sama wartość d , a różny jest rząd ugięcia n ?

K) Znajac wartości d_{11} i d_{10} obliczyć odległość a pomiędzy atomami węgla. Czy otrzymany wynik zgadza się z wartością tablicową?

L) Oszacować niepewności pomiarowe wszystkich zmierzonych lub obliczonych wartości. Jak znajomość tych niepewności wpływa na interpretację wyników?